

Aufgabe 1

TODO

Aufgabe 2

TODO

Aufgabe 3

Teilaufgabe i

relativer Fehler:

$$\frac{\left| \frac{x}{y} - \frac{x \cdot (1 + \epsilon_x)}{y \cdot (1 + \epsilon_y)} \right|}{\left| \frac{x}{y} \right|} = \dots = \left| \frac{\epsilon_y - \epsilon_x}{1 + \epsilon_y} \right| \leq \frac{|\epsilon_y| + |\epsilon_x|}{|1 + \epsilon_y|} \leq \frac{2 \cdot \text{eps}}{|1 + \epsilon_y|} \quad (1)$$

Der letzte Ausdruck ist ungefähr gleich $2 \cdot \text{eps}$, da $1 + \epsilon_y$ ungefähr gleich 1 ist. Also: Der relative Fehler kann sich maximal verdoppeln.

Teilaufgabe ii

Die zweite Formel ist vorzuziehen, also $f(x) = -\ln(x + \sqrt{x^2 - 1})$, da es bei Subtraktion zweier annähernd gleich-großer Zahlen zur Stellenauslöschung kommt. Bei der ersten Formel, also $f(x) = \ln(x - \sqrt{x^2 - 1})$, tritt genau dieses Problem auf: x und $\sqrt{x^2 - 1}$ sind für große x ungefähr gleich groß.

Bei der zweiten Formel tritt das Problem nicht auf: x ist positiv und $\sqrt{x^2 - 1}$ auch, also gibt es in dem Ausdruck keine Subtraktion zweier annähernd gleich-großer Zahlen.

Aufgabe 4

TODO

Aufgabe 5

TODO