Aufgabe 3

Teilaufgabe i

relativer Fehler:

$$\frac{|\frac{x}{y} - \frac{x\cdot(1+\epsilon_x)}{y\cdot(1+\epsilon_y}|}{|\frac{x}{y}|} = \ldots = |\frac{\epsilon_y - \epsilon_x}{1+\epsilon_y}| \leq \frac{|\epsilon_y| + |\epsilon_x|}{|1+\epsilon_y|} \leq \frac{2\cdot \mathrm{eps}}{|1+\epsilon_y|} \tag{1}$$

Der letzte Ausdruck ist ungefähr gleich $2 \cdot \mathrm{eps}$, da $1 + \epsilon_y$ ungefähr gleich 1 ist. Also: Der relative Fehler kann sich maximal verdoppeln.

Teilaufgabe ii

Die zweite Formel ist vorzuziehen, also $f(x) = -\ln(x + \sqrt{x^2-1})$, da es bei Subtraktion zweier annähernd gleich-großer Zahlen zur Stellenauslöschung kommt. Bei der ersten Formel, also $f(x) = \ln(x - \sqrt{x^2-1})$, tritt genau dieses Problem auf: x und $\sqrt{x^2-1}$ sind für große x ungefähr gleich groß.
Bei der zweiten Formel tritt das Problem nicht auf: x ist positiv und $\sqrt{x^2-1}$ auch, also gibt es in dem Ausdruck keine Subtraktion zweier annähernd gleich-großer Zahlen.